2014年上海市初中毕业统一学业考试数学试卷

一、选择题（每小题 4 分，共 24 分）

1. 计算 $\sqrt{2}\cdot\sqrt{3}$ 的结果是（ ）.

(A) $\sqrt{5}$； (B) $\sqrt{6}$； (C) $2\sqrt{3}$； (D) $3\sqrt{2}$.

2. 据统计，2013 年上海市全社会用于环境保护的资金约为 60 800 000 000 元，这个数用科学记数法表示为（ ）.

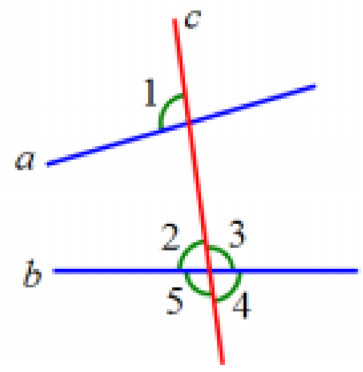
(A)608×10^{8}； (B) 60.8×10^{9}； (C) 6.08×10^{10}； (D) 6.08×10^{11}.

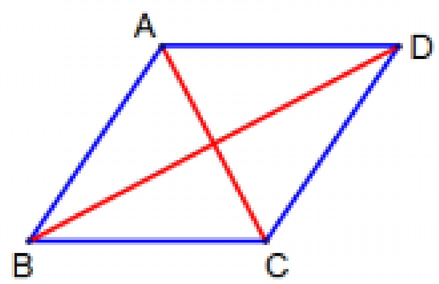
3. 如果将抛物线 $y=x^2$ 向右平移 1 个单位，那么所得的抛物线的表达式是（ ）.

(A) $y=x^2-1$； (B) $y=x^2+1$； (C) $y=(x-1)^2$； (D) $y=(x+1)^2$.

4. 如图，已知直线 a、b 被直线 c 所截，那么∠1 的同位角是（ ）.（此题图可能有问题）

(A) ∠2； (B) ∠3； (C) ∠4； (D) ∠5.





5. 某事测得一周 PM2.5 的日均值（单位：）如下：

50， 40， 75， 50， 37， 50， 40 ，这组数据的中位数和众数分别是（ ）.

(A)50 和 50； (B)50 和 40； (C)40 和 50； (D)40 和 40.

6. 如图，已知 AC、BD 是菱形 ABCD 的对角线，那么下列结论一定正确的是（ ）.

(A) △ABD 与△ABC 的周长相等； (B)△ABD 与△ABC 的面积相等；

(C) 菱形的周长等于两条对角线之和的两倍； (D) 菱形的面积等于两条对角线之积的两倍.

二、填空题（每小题 4 分，共 48 分）

7. 计算：$a(a+1)=$____________.

8. 函数 $y=\dfrac{1}{x-1}$ 的定义域是 ______________.

9. 不等式组 $\begin{cases}x-1>2,\\2x<8\end{cases}$ 的解集是 _____________.

10. 某文具店二月份销售各种水笔 320 支，三月份销售各种水笔的支数比二月份增长了 10%，

那么该文具店三月份销售各种水笔 ________支.

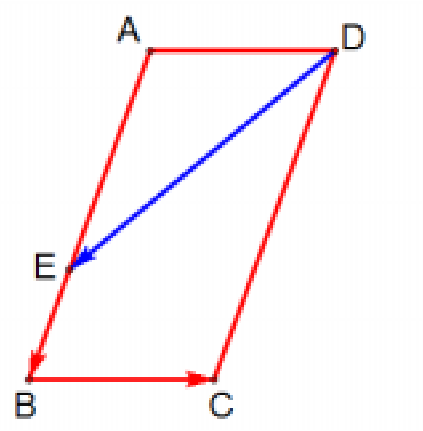
11. 如果关于 x 的方程 $x^2-2x+k=0$（k 为常数）有两个不相等的实数根，那么 k 的取值范围是 ____________.

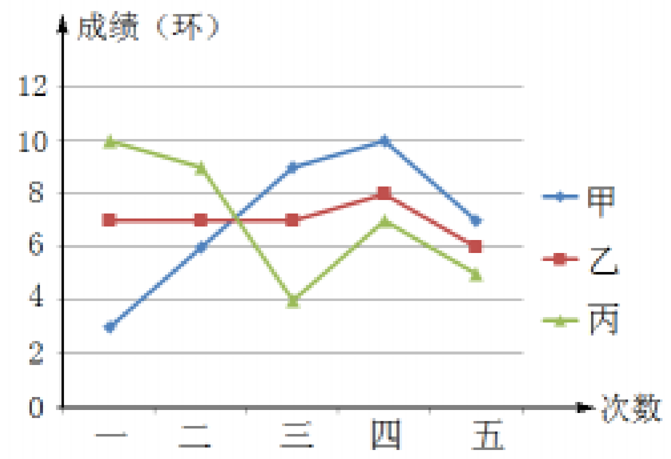
12. 已知传送带与水平面所成斜坡的坡度 $i=1:2.4$，如果它把物体送到离地面 10 米高的地方，那么物体所经过的路程为 _________米.

13. 如果从初三（1）、（2）、（3）班中随机抽取一个班与初三（4）班进行一场拔河比赛，那么恰好抽到初三（1）班的概率是 ________.

14. 已知反比例函数 $y=\frac{k}{x}$（k 是常数，$k\neq 0$），在其图像所在的每一个象限内，y 的值随着 x 的值的增大而增大，那么这个反比例函数的解析式是 ____________（只需写一个）.

15. 如图，已知在平行四边形 ABCD 中，点 E 在边 AB 上，且 AB＝3EB．设 $\overrightarrow{AB}=\vec{a}$，$\overrightarrow{BC}=\vec{b}$，那么 $\overrightarrow{DE}=$ ____________（结果用 $\vec{a}$、$\vec{b}$ 表示）.

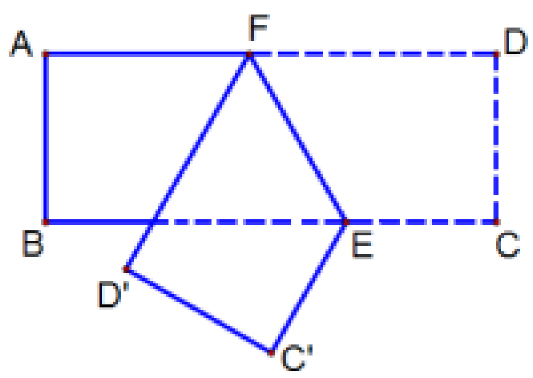




16. 甲、乙、丙三人进行飞镖比赛，已知他们每人五次投得的成绩如图所示，那么三人中成绩最稳定的是 ________.

17. 一组数：2，1，3，x，7，y，23，…，满足"从第三个数起，前两个数依次为 a、b，紧随其后的数就是 2a－b"，例如这组数中的第三个数"3"是由"2×2－1"得到的，那么这组数中 y 表示的数为 ____________.

18. 如图，已知在矩形 ABCD 中，点 E 在边 BC 上，BE＝2CE，将矩形沿着过点 E 的直线翻折后，点 C、D 分别落在边 BC 下方的点 C′、D′处，且点 C′、D′、B 在同一条直线上，折痕与边 AD 交于点 F，D′F 与 BE 交于点 G．设 AB＝t，那么△EFG 的周长为 ________（用含 t 的代数式表示）



.

三、解答题（本题共 7 题，满分 78 分）

19.（本题满分 10 分）计算：$\sqrt{12}-\frac{1}{\sqrt{3}}-8^{\frac{1}{3}}+\left|2-\sqrt{3}\right|$.

20.（本题满分 10 分）解方程：$\frac{x+1}{x-1}-\frac{2}{x^2-1}=\frac{1}{x+1}$.

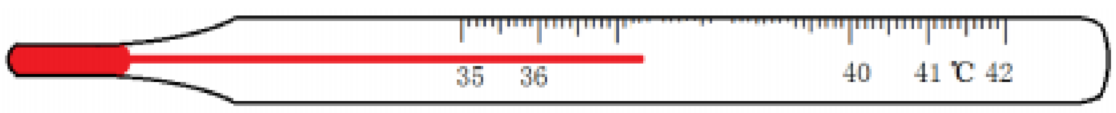
21.（本题满分 10 分，第（1）小题满分 7 分，第（2）小题满分 3 分）

已知水银体温计的读数 y（℃）与水银柱的长度 x（cm）之间是一次函数关系．现有一支水银体温计，其部分刻度线不清晰（如图），表中记录的是该体温计部分清晰刻度线及其对应水银柱的长度.

水银柱的长度 x（cm）	4.2	…	8.2	9.8
体温计的读数 y（℃）	35.0	…	40.0	42.0

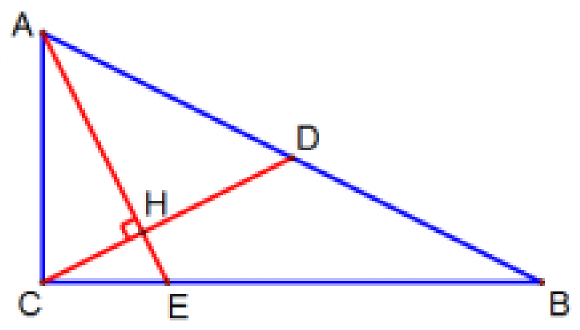
（1）求 y 关于 x 的函数关系式（不需要写出函数的定义域）；

（2）用该体温计测体温时，水银柱的长度为 6.2cm，求此时体温计的读数.



22.（本题满分 10 分，每小题满分各 5 分）

如图，已知 Rt△ABC 中，∠ACB＝90°，CD 是斜边 AB 上的中线，过点 A 作 AE⊥CD，AE 分别与 CD、CB 相交于点 H、E，AH＝2CH．

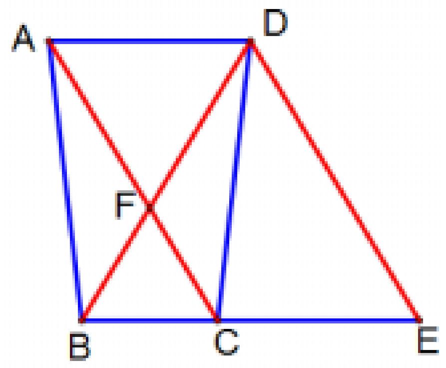


（1）求 sinB 的值；

（2）如果 CD＝$\sqrt{5}$，求 BE 的值.

23.（本题满分 12 分，每小题满分各 6 分）

已知：如图，梯形 ABCD 中，AD//BC，AB＝DC，对角线 AC、BD 相交于点 F，点 E 是边 BC 延长线上一点，且∠CDE＝∠ABD．



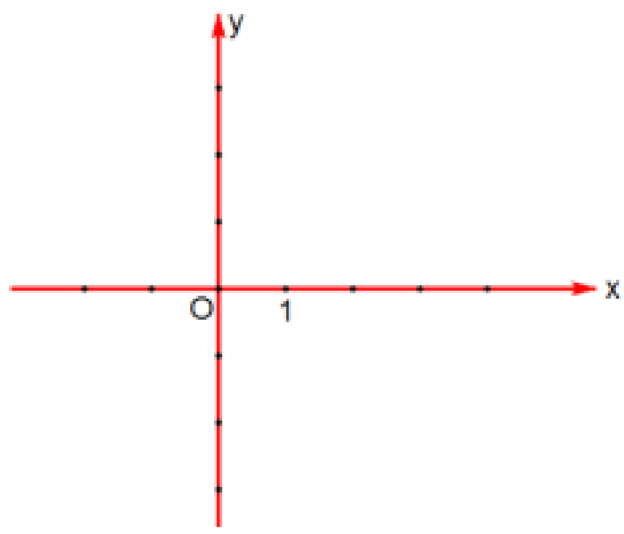
24.（本题满分 12 分，每小题满分各 4 分）

在平面直角坐标系中（如图），已知抛物线 $y=\frac{2}{3}x^2+bx+c$ 与 x 轴交于点 A(－1,0)和点 B，与 y 轴交于点 C(0,－2).

（1）求该抛物线的表达式，并写出其对称轴；

（2）点 E 为该抛物线的对称轴与 x 轴的交点，点 F 在对称轴上，四边形 ACEF 为梯形，求点 F 的坐标；

（3）点 D 为该抛物线的顶点，设点 P(t, 0)，且 t＞3，如果△BDP 和△CDP 的面积相等，求 t 的值.



25.（本题满分 14 分，第（1）小题满分 3 分，第（1）小题满分 5 分，第（1）小题满分 6 分）

如图 1，已知在平行四边形 ABCD 中，AB＝5，BC＝8，cosB＝$\frac{4}{5}$，点 P 是边 BC 上的动点，以 CP 为半径的圆 C 与边 AD 交于点 E、F（点 F 在点 E 的右侧），射线 CE 与射线 BA 交于点 G.

（1）当圆 C 经过点 A 时，求 CP 的长；

（2）联结 AP，当 AP//CG 时，求弦 EF 的长；

（3）当△ AGE 是等腰三角形时，求圆 C 的半径长.

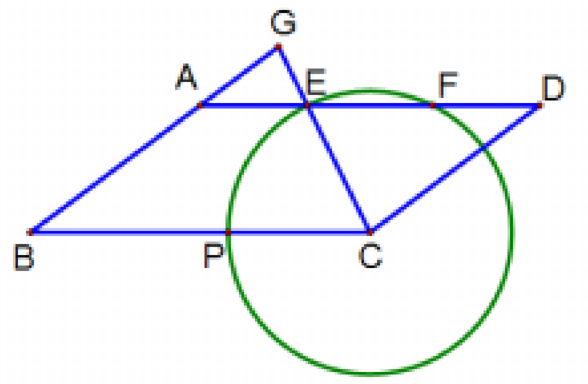
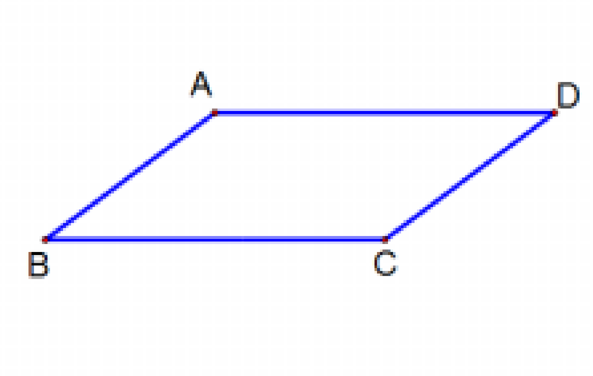


图 1



备用图

参考答案：

1-6,　BCCAAB,

7, $\underline{a^2+a}$　　8, $\underline{x\neq 1}$　　9, $\underline{3\prec x\prec 4}$　　10, $\underline{352}$　　11, $\underline{k\prec 1}$　　12, $\underline{26}$　　13, $\underline{\frac{1}{3}}$

14, $\underline{y=-\frac{1}{x}(k\prec 0\text{即可})}$　　15, $\underline{\frac{2}{3}\vec{a}-\vec{b}}$　　16, $\underline{\text{乙}}$　　17, $\underline{-9}$　　18, $\underline{2\sqrt{3}t}$

19, $=\frac{2}{3}\sqrt{3}$　　20, $x=0;x=1(\text{舍})$

21,(1) $y=1.25x+29.75$,　(2)37.5

2

$\angle B=\angle DCB=\angle CAE,\therefore \sin B=\sin CAE=\frac{\sqrt{5}}{5}$

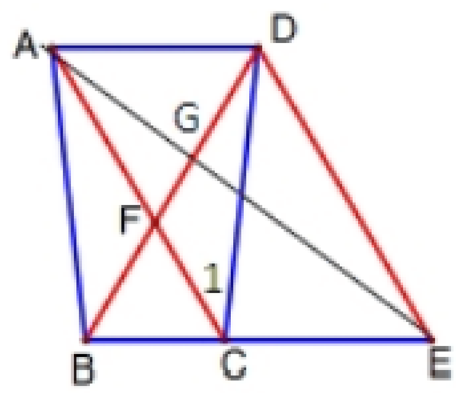
$\because CD=\sqrt{5};\therefore AB=2\sqrt{5}$

$\therefore BC=2\sqrt{5}\cdot\cos B=4;\ AC=2\sqrt{5}\cdot\sin B=2$

$\therefore CE=AC\cdot\tan CAE=1$

$\therefore BE=BC-CE=3$

23,求证：四边形　ACED 是平行四边形；



$\because ABCD$为等腰梯形，$\therefore \Delta ADB\cong\Delta DAC$

$\therefore\angle ABD=\angle DCA,\because\angle CDE=\angle ABD$

$\therefore\angle DCA=\angle CDE,\therefore AC//DE$

$\because AD//CE,\therefore ADEC$为□

（2）联结 AE，交 BD 于点 G，求证：$\frac{DG}{GB}=\frac{DF}{DB}$.

$\because AD//BC,\therefore\frac{DG}{GB}=\frac{AD}{BE};\frac{DF}{FB}=\frac{AD}{BC}$

$\because\frac{DF}{FB}=\frac{AD}{BC},\therefore\frac{DF}{DF+FB}=\frac{AD}{AD+BC}$

$\because ADEC$为□$,\therefore AD=CE;\therefore AD+BC=BE$

$\therefore\frac{DF}{DF+FB}=\frac{AD}{AD+BC}\Rightarrow\frac{DF}{DB}=\frac{AD}{BE}$

$\therefore\frac{DG}{GB}=\frac{DF}{DB}$

24,

【分析】(1) $y=\frac{2}{3}x^2-\frac{4}{3}x-2$，对称轴为直线 $x=1$

(2) 由(1)知，点 $E(1,0)$，$A(-1,0)$，$C(0,-2)$

当 $AC//EP$ 时，直线 AC 的解析式为 $y=-2x-2$

$\therefore$ 直线 EP 的解析式为 $y=-2x+2$

当 $x=1$ 时，$y=0$，此时点 P 与点 E 重合

当 $AP//CE$ 时，直线 CE 的解析式为 $y=2x-2$

$\therefore$ 直线 AP 的解析式为 $y=2x+2$

当 $x=1$ 时，$y=4$，此时点 P 的坐标为 $(1,4)$

综上所述，点 P 的坐标为 $(1,4)$

(3) 点 $B(3,0)$，点 $D(1,-\frac{8}{3})$

若 $S_{\Delta CDF}=S_{\Delta DBF}$，则 $DF//BC$

易得，直线 BC 的解析式为 $y=\frac{2}{3}x-2$

$\therefore$ 直线 DF 的解析式为 $y=\frac{2}{3}x-\frac{10}{3}$

当 $y=0$ 时，$x=5$

$\therefore t=5$

25

【分析】(1) 设⊙C的半径为r

当点A在⊙C上时，点E和点A重合

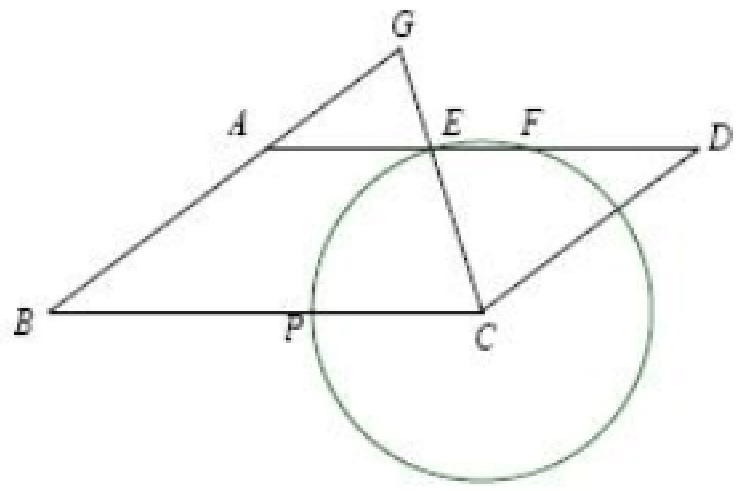
过点A作$AH\perp BC$于H

$\therefore BH=AB\times\cos B=4$

$\therefore AH=3$， $CH=4$

$\therefore AC=\sqrt{AH^2+CH^2}=5$

$\therefore$此时$CP=r=5$



(2) 若$AP/\!/CE$， $APCE$为平行四边形

又$\because CE=CP$

$\therefore APCE$为菱形

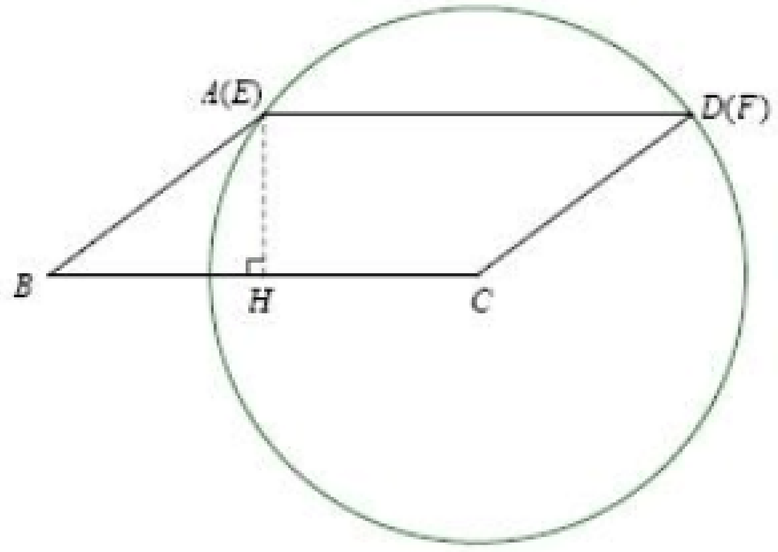
联结AC、EP，则$AC\perp EP$

$\therefore AM=CM=\dfrac{5}{2}$

由(1)值，$AC=AB$，则$\angle ACB=\angle B$

$\therefore CP=CE=\dfrac{CM}{\cos\angle ACB}=\dfrac{25}{8}$

$\therefore EF=2\sqrt{\left(\dfrac{25}{8}\right)^2-3^2}=\dfrac{7}{4}$



(3) $\because \cos B=\dfrac{4}{5}$

$\therefore \angle B<45°$

又$\because \angle BCG<90°$

$\therefore \angle BGC>45°$

又$\because \angle AEG=\angle BCG\geq\angle ACB=\angle B$

$\therefore$当$\angle AEG=\angle B$时，A、E、G重合

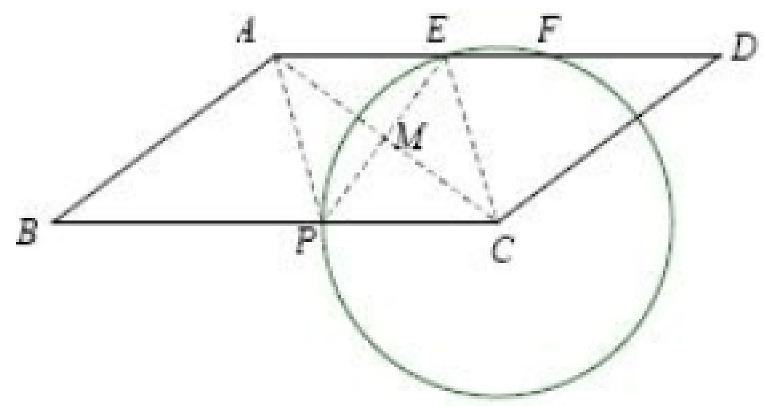
$\therefore$只能$\angle AGE=\angle AEG$

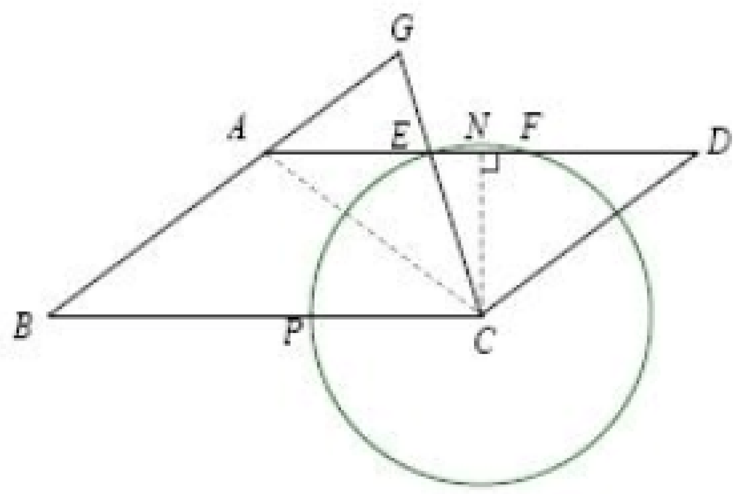
$\because AD/\!/BC$

$\therefore \dfrac{AE}{BC}=\dfrac{AG}{BG}$，即$\dfrac{AE}{8}=\dfrac{AE}{AE+5}$

解得，$AE=3$， $EN=AN-AE=1$

$\therefore CE==\sqrt{EN^2+CN^2}=\sqrt{3^2+1^2}=\sqrt{10}$





17、（本小题满分 13 分）

已知二次函数 $y=f(x)$ 的图像经过坐标原点，其导函数为 $f'(x)=6x-2$。数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，点 $(n,S_n)(n\in N^*)$ 均在函数 $y=f(x)$ 的图像上。

（Ⅰ）求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

（Ⅱ）设 $b_n=\frac{3}{a_na_{n+1}}$，T_n 是数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和，求使得 $T_n<\frac{m}{20}$ 对所有 $n\in N^*$ 都成立的最小正整数 m。

17、本小题主要考查二次函数、等差数列、数列求和、不等式等基础和基本的运算技能，考查分析问题的能力和推理能力。

解：（I）依题意可设 $f(x)=ax^2+bx(a\neq 0)$，则 $f'(x)=2ax+b$

由 $f'(x)=6x-2$ 得 $a=3,b=-2$，所以 $f(x)=3x^2-2x.$

又由点 (n,S_n) $(n\in N^*)$ 均在函数 $y=f(x)$ 的图像上得 $S_n=3n^2-2n$

当 $n\geq 2$ 时 $a_n=S_n-S_{n-1}=3n^2-2n-\left[3(n-1)^2-2(n-1)\right]=6n-5$

当 $n=1$ 时 $a_1=S_1=3\times 1^2-2\times 1=6\times 1-5$

所以 $a_n=6n-5(n\in N^*)$

（II）带入 a_n 的值之后，考虑用拆项相消即可。

由（I）得 $b_n=\frac{3}{a_na_{n+1}}=\frac{3}{(6n-5)\left[6(n+1)-5\right]}=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{6n-5}-\frac{1}{6n+1}\right)$,

故，$T_n=\frac{1}{2}\left[(1-\frac{1}{7})+(\frac{1}{7}-\frac{1}{13})+\cdots+(\frac{1}{6n-5}-\frac{1}{6n+1})\right]$ 一定要写上关键步骤，多写几步，防止出错，保证得分。

$==\frac{1}{2}(1-\frac{1}{6n+1})$.

因此使得 $\frac{1}{2}(1-\frac{1}{6n+1})<\frac{m}{20}(n\in N^*)$ 成立的 m 必须且必须满足 $\frac{1}{2}\leq\frac{m}{20}$，放缩法求值，

即 $m\geq 10$

故满足最小的正整数 m 为 10 。

（19）（本小题满分　12 分）

已知等差数列 $\{a_n\}$ 的公差为 2，前 n 项和为 S_n，且 S_1, S_2, S_4 成等比数列 .

（Ⅰ）求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

（Ⅱ）令 $b_n = (-1)^{n-1}\dfrac{4n}{a_n a_{n+1}}$，求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

解析：（**1**） S_1, S_2, S_4 成等比数列，所以　s2*s2 =s1*s3；

S4 = 4a1 +（上底加下底）×高　/2 =

寻找关于 a 的关系式，解方程　即可。

（**2**）显然，需要利用拆项相消法。又因为无法确定正负，所以需要对　**n** 的取值进行分类讨论。　应该确保满分。

（19）

解：（Ⅰ）因为 $S_1=a_1$，　$S_2=2a_1+\dfrac{2\times1}{2}\times2=2a_1+2$，

$S_4=4a_1+\dfrac{4\times3}{2}\times2=4a_1+12$，

由题意得　$(2a_1+2)^2=a_1(4a_1+12)$，

解得　$a_1=1$，

所以　$a_n=2n-1$.

（Ⅱ）$b_n=(-1)^{n-1}\dfrac{4n}{a_na_{n+1}}=(-1)^{n-1}\dfrac{4n}{(2n-1)(2n+1)}$

$=(-1)^{n-1}\left(\dfrac{1}{2n-1}+\dfrac{1}{2n+1}\right)$.

当 n 为偶数时，

$T_n=\left(1+\dfrac{1}{3}\right)-\left(\dfrac{1}{3}+\dfrac{1}{5}\right)+\cdots+\left(\dfrac{1}{2n-3}+\dfrac{1}{2n-1}\right)-\left(\dfrac{1}{2n-1}+\dfrac{1}{2n+1}\right)$

$=1-\dfrac{1}{2n+1}$

$=\dfrac{2n}{2n+1}$.

当 n 为奇数时，

$T_n=\left(1+\dfrac{1}{3}\right)-\left(\dfrac{1}{3}+\dfrac{1}{5}\right)+\cdots-\left(\dfrac{1}{2n-3}+\dfrac{1}{2n-1}\right)+\left(\dfrac{1}{2n-1}+\dfrac{1}{2n+1}\right)$

$=1+\dfrac{1}{2n+1}$

$=\dfrac{2n+2}{2n+1}$.

所以 $T_n=\begin{cases}\dfrac{2n+2}{2n+1}，n\text{为奇数}，\\ \dfrac{2n}{2n+1}，n\text{为偶数}.\end{cases}$

（或 $T_n=\dfrac{2n+1+(-1)^{n-1}}{2n+1}$）.

大众网 www.dzwww.com