2014 人教版高二数学下期末测试题

共150分

第Ⅰ卷（选择题，共60分）

参考公式：

若数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=1$，$a_2=1$，$a_n=a_{n-1}+a_{n-2}$，则 $a_n=\frac{1}{\sqrt{5}}\left[\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^n-\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^n\right]$

一、选择题：本大题共 **12** 小题，每小题 **5** 分，共 **60** 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知 E、F、G、H 是空间四点，设命题甲：点 E、F、G、H 不共面；命题乙：直线 EF 与 GH 不相交，那么甲是乙的（ ）

A．分不必要条件　　B．必要不充分条件

C. 充要条件　　D．不充分不必要条件

2. 平面内有 4 个红点和 6 个蓝点，其中只有一个红点和两个蓝点共线，其余任意三点不共线，则过这 10 个点中的两点所确定的直线中，至少过一个红点的直线的条数是（ ）

A．27　　B．28　　C．29　　D．30

3. 某人制定了一项旅游计划，从 7 个旅游城市中选择 5 个进行游览。如果 A、B 为必选城市，并且在游览过程中必须按先 A 后 B 的次序经过 A、B 两城市（A、B 两城市可以不相邻），则有不同的游览线路（ ）

A．120 种　　B．240 种　　C．480 种　　D．600 种

4. 三位同学乘同一列火车，火车有 10 节车厢，则至少有 2 位同学上了同一车厢的概率为（ ）

A．$\frac{29}{200}$　　B．$\frac{7}{125}$　　C．$\frac{7}{18}$　　D．$\frac{7}{25}$

5. 某一供电网络，有 n 个用电单位，每个单位在一天中用电的机会是 p，则供电网络中一天平均用电的单位个数是（ ）

A．np(1－p)　　B．np　　C．n　　D．p(1－p)

6. 若 0 为平行四边形 ABCD 的中心，$\overrightarrow{AB}=4e_1,\overrightarrow{BC}=6e_2$，则$3e_2-2e_1$等于（ ）

A．$\overrightarrow{AO}$　　B．$\overrightarrow{BO}$　　C．$\overrightarrow{CO}$　　D．$\overrightarrow{DO}$

7. 若 $\overrightarrow{AB}=3\mathbf{e}$，$\overrightarrow{CD}=-5\mathbf{e}$，且 $|\overrightarrow{AD}|=|\overrightarrow{BC}|$，则四边形 ABCD 是（ ）

A．平行四边形　　B．菱形

C. 等腰梯形　　　　　　　　　　　　　　D．非等腰梯形

8. 以正方体的顶点为顶点作正四面体，则正方体的表面积与正四面体的表面积之比为（　　　　）

A．3:1　　　　B．$\sqrt{3}:1$　　　　C. $\sqrt{3}:\sqrt{2}$　　　　D．$2:\sqrt{3}$

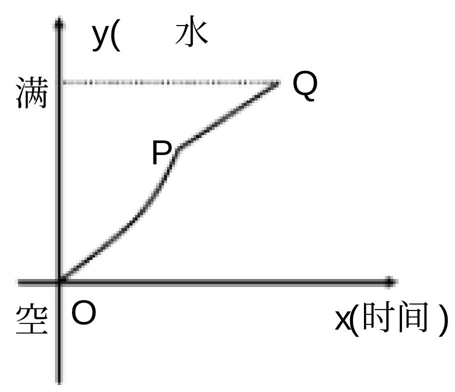
9. 地球半径为 R，A、B 两地均在北纬 45°圈上，两地的球面距离为 $\frac{\pi R}{3}$，则 A、B 两地的经度之差的绝对值为　　　　（　　）

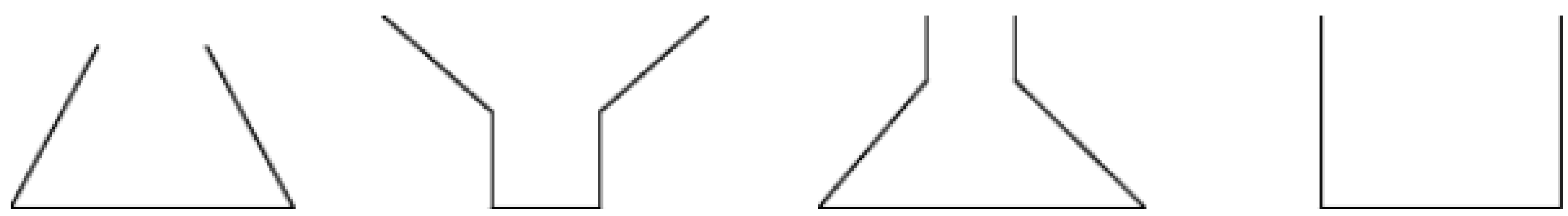
A．$\frac{\pi}{3}$　　　　B．$\frac{\pi}{2}$　　　　C．$\frac{2\pi}{3}$　　　　D．$\frac{\pi}{4}$

10. 若 $S=(x-1)^4+4(x-1)^3+6(x-1)^2+4(x-1)+1$，则 S 化简后得　　　　（　　）

A．x^4　　　　B．$(x-2)^4$　　　　C. x^4+1　　　　D．x^4-1

11. 有一空容器，由悬在它上方的一根水管均匀地注水，直至把容器注满。在注水过程中水面的高度曲线如右图所示，其中 PQ 为一线段，则与此图相对应的容器的形状是（　　　　）



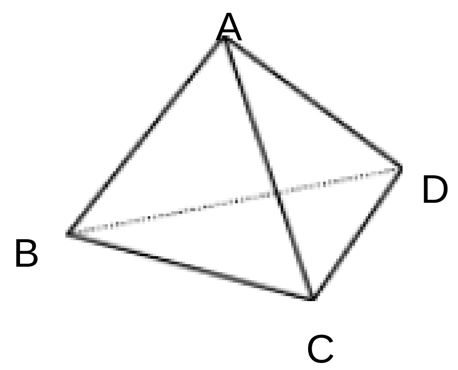


A．　　　　B．　　　　C．　　　　D．

12. 四面体 A—BCD 中，$BD=\sqrt{2}$，其余棱长均为 1，则二面角 A—BC—D 的大小是　　（　　）

A．$\frac{\pi}{4}$　　　　B．$\frac{\pi}{3}$

C．$\arctan\frac{\sqrt{2}}{2}$　　D．$\arctan\sqrt{2}$



第II卷（非选择题 90分）

二、填空题：本大题共 **4** 小题，每小题 **4** 分，共 **16** 分。将正确答案填在题中横线上

13. 在 $(1-x)^6(1+x+x^2)$的展开式中，x^2的系数为 ________

14. 小明通过英语四级测试的概率为 $\frac{3}{4}$，他连续测试 3 次，那么其中恰有一次获得通过的概率 __.

15. 一同学在电脑中打出如下若干个圆（图中●表示实圆，○表示空心圆）：

●○●●○●●●○●●●●○●●●●●○●●●●●●○

若将此若干个圆依次复制得到一系列圆，那么在前 2003 个圆中，有 _______ 个空心圆.

16. 在杨辉三角的斜线中，

$$C_0^0$$

$$C_1^0 \quad C_1^1$$

$$C_2^0 \quad C_2^1 \quad C_2^2$$

$$C_3^0 \quad C_3^1 \quad C_3^2 \quad C_3^3$$

$$C_4^0 \quad C_4^1 \quad C_4^2 \quad C_4^3 \quad C_4^4$$

… … … …

每条斜线上的数字之和构造数列 C_0^0，C_1^0，$C_2^0+C_1^1$，$C_3^0+C_2^1$，$C_4^0+C_3^1+C_2^2$，…，

这个数列的第 n 项为 ___________（用 n 的表达式表示）。

三、解答题：本大题共 **6** 小题，满分 **74** 分.

17.（本题满分 12 分）有 6 名同学站成一排，求：

（1）甲不站排头也不站排尾有多少种不同的排法：

（2）甲不站排头，且乙不站排尾有多少种不同的排法：

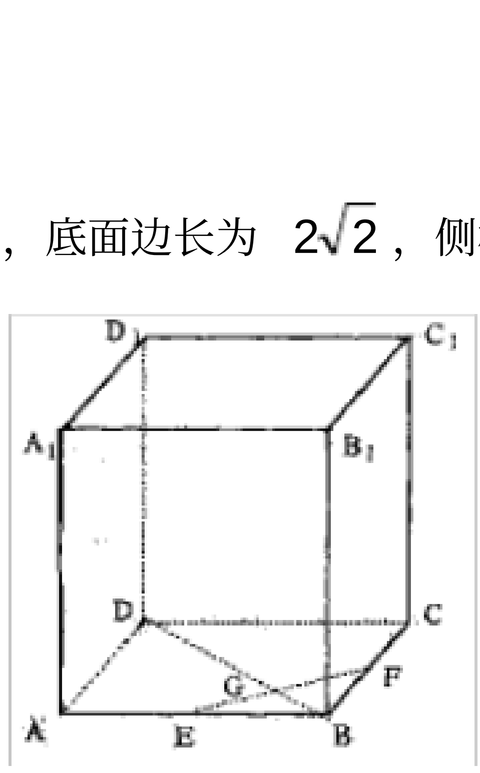
（3）甲、乙、丙不相邻有多少种不同的排法.

18.（本题满分 12 分） 如图，正四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，底面边长为 $2\sqrt{2}$，侧棱长为 4，E、F 分别是棱 AB，BC 的中点，EF 与 BD 相交于 G.

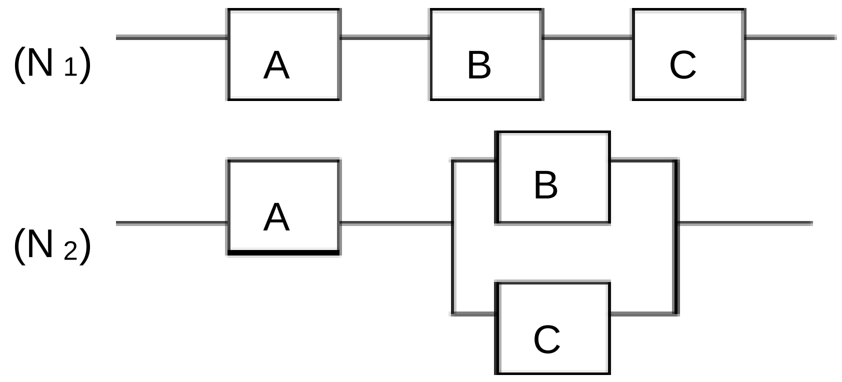
（1）求证：$B_1EF\perp$平面 BDD_1B_1；

（2）求点 D_1 到平面 B_1EF 的距离 d；

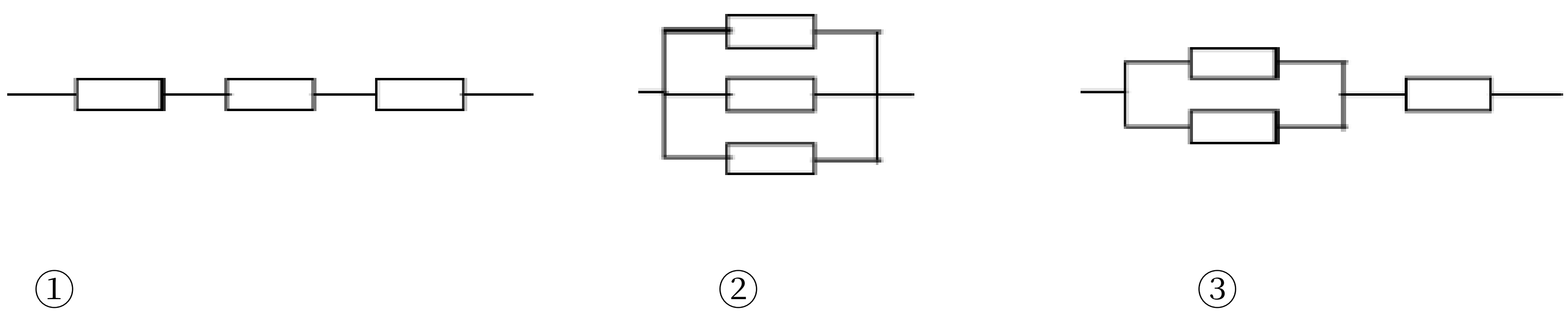
（3）求三棱锥 B_1-EFD_1 的体积 V.



19.（本题满分 12 分）如图，用 A、B、C 三类不同的元件连接成两个系统 N_1、N_2，当元件 A、B、C 都正常工作时，系统 N_1 正常工作；当元件 A 正常工作且元件 B、C 至少有一个正常工作时，系统 N_2 正常工作，已知元件 A、B、C 正常工作的概率依次为 0.80，0.90，0.90，分别求系统 N_1、N_2 正常工作的概率 P_1、P_2.



20.（本小题满分 12 分）一个电路中有三个电子元件，它们接通的概率都是 m（0＜m＜1）如图，有如下三种联接方法：



（1）分别求出这三种电路各自接通的概率；

（2）试分析这三种电路哪种性能最优，并证明你的结论 .

21.（本题满分 12 分）抛一枚均匀硬币，正面或反面出现的概率都是 $\frac{1}{2}$，反复这样的投掷，数列 $\{a_n\}$定义如下：

$$a_n=\begin{cases}1, & \text{第 } n \text{ 次投掷出现正面}\\ -1, & \text{第 } n \text{ 次投掷出现反面}\end{cases}$$

投 $S_n=a_1+a_2\cdots+a_n(n\in N^*)$ 试分别求满足下列各条件的概率：

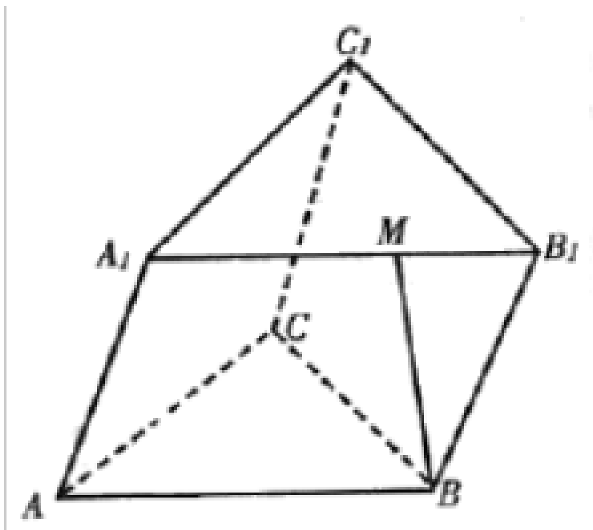
（1）$S_8=2$；

（2）$S_2\neq 0$，且 $S_8=2$

22.（本小题满分 14 分）如图，三棱柱的底面是边长为 2 的等边三角形，侧面 ABB_1A_1是 $\angle A_1AB=60°$ 的菱形，且平面 $ABB_1A_1\perp ABC$，M 是 A_1B_1上的动点．

（1）当 M 为 A_1B_1的中点时，求证：$BM\perp AC$；

（2）试求二面角 A_1-BM-C 的平面角最小时三棱锥 $M-A_1CB$ 的体积．



参考答案

一 择题 (本大题共 12 小题 , 每小题 5 分 , 共 60 分).

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	A	C	D	D	B	B	C	B	B	A	C	D

2 解：只过一个红点的直线有 $C_4^1C_6^1-1=23$条；过两个红点的直线有 $C_4^2=6$条。共 29 条.

3 解：$\frac{1}{2}C_2^2C_5^3A_5^5=600.$

4 解：3 人上火车的方式即基本事件的总数有 $10\times10\times10=10^3$个，仅有两人上了同一节车厢另一人上了别的车厢的方式有 $C_3^2C_{10}^1C_9^1$种，3 人上了同一节车厢的方式有 C_{10}^1种，则至少有 2 位同学上了同一车厢的概率为 $\dfrac{C_3^2C_{10}^1C_9^1+C_{10}^1}{10^3}=\dfrac{7}{25}$.

11 解：从注水过程中水面的高度曲线可看出，下方应为圆台型，设圆台的高度为 h，注满下方圆台型容器的时间为 T，当时间为 T/2 时，水面高度没有大到 h/2. 上方为圆柱形 .

二. 填空题：本大题共 **4** 小题，每小题 **4** 分，共 **16** 分。

13. <u>10</u>　14. $\dfrac{9}{64}$　15. 446　16. $\dfrac{1}{\sqrt5}\left[\left(\dfrac{1+\sqrt5}{2}\right)^n-\left(\dfrac{1-\sqrt5}{2}\right)^n\right]$

15 解：∵ 2003=27×74+5，∴在前 2003个圆中，有 <u>74×6+2=446</u> 个空心圆.

三. 解答题：本大题共 **6** 小题，满分 **74** 分.

17. 解：（1） $A_4^1A_5^5=480$种；…………………………………………………… 4分

（2） $A_6^6-2A_5^5+A_4^4=504$ 种；

或 A_5^5（甲在尾） + $A_4^1A_4^1A_4^4$（甲不在尾） =120+384=504；

或 $A_6^6-2A_4^1A_4^4-A_4^4=504$ ；…………………………………………… 8分

（3） $A_3^3A_4^3=144$ 种. …………………………………………… 12分

18. 证：（1） EF//AC， EF⊥BD ， EF⊥BB_1 ，

可知 EF⊥平面 BDD_1B_1， ………… 2分

又 EF⊂面 B_1EF,

∴ 面$EFB_1\perp$面BDD_1B_1. ………… 4分

（2）在对角面 BDD_1B_1 中，作 $D_1H\perp B_1G$，垂足为 H，易证 $D_1H\perp$ 面 B_1EF

$\therefore d=D_1H$ 在 $Rt\Delta D_1HB_1$ 中，$D_1H=D_1B_1\cdot\sin\angle D_1B_1H$，………… 6分

$\therefore D_1B_1=\sqrt{2}A_1B_1=\sqrt{2}\cdot 2\sqrt{2}=4,\sin\angle D_1B_1H=\sin\angle B_1GB=\dfrac{B_1B}{GB_1}=\dfrac{4}{\sqrt{17}}$，

$\therefore d=D_1H=\dfrac{16}{\sqrt{17}}=\dfrac{16\sqrt{17}}{17}$ ……8分

(3) $U=U_{B_1-EFD_1}=U_{D_1-B_1EF}=\dfrac{1}{3}d\cdot S_{\Delta B_1EF}$

$=\dfrac{1}{3}\cdot\dfrac{16}{\sqrt{17}}\cdot\dfrac{1}{2}\cdot 2\cdot\sqrt{17}=\dfrac{16}{3}$ ……12分

19. 解：分别记元件 A、B、C 正常工作的事件 A、B、C，………… 2分

由题设得：

$P_1=P(A\cdot B\cdot C)=P(A)\cdot P(B)\cdot P(C)$ ………………………… 4分

$=0.8\times0.9\times0.9=0.648$

∴系统 N_1 正常工作的概率为 0.648 ……………………………… 6分

$P_2=P(A)\cdot[1-P(B\cdot C)]=P(A)\cdot[1-P(B)\cdot P(C)]$ ……………………… 9分

$=0.80\times(1-0.10\times0.10)=0.80\times0.99=0.792$ ……………………… 11分

∴系统 N_2 正常工作的概率为 0.792. ……………………………………… 12分

20. 解：（1）三种电路各自接通分别记为事件 A_1、A_2、A_3，则

$P(A_1)=m^3$………… 3分

$P(A_2)=1-(1-m)^3=3m-3m^2+m^3$……… 6分

$P(A_3)=2(1-m)m^2+m^3=2m^2-m^3$…… 9分

（2）$P(A_2)-P(A_1)=3m-3m^2=3m(1-m)$

$\because 0<m<1$　$\therefore P(A_2)>P(A_1)$ ……… 10分

$P(A_2)-P(A_3)=2m^3-5m^2+3m=m(2m-3)(m-1)>0$

$\therefore P(A_2)>P(A_3)$ … 11分

故三个电子元件并联接通的概率最大，性能最优……………… 12分

21. 解：（1）当 $S_8=2$ 时，在次试验中，正面是 5 次，反面是 3 次，共有 C_8^3 种可能，因此，概率为

$\dfrac{C_8^3}{2^3}=\dfrac{7}{32}$ 或 $C_8^3(\dfrac{1}{2})^3(\dfrac{1}{2})^{8-3}=\dfrac{7}{32}$ ……5分

（2）当 $S_2\neq0$ 即 $a_1=a_2=1$，$S_2=2$ 或 $a_1=a_2=-1$ 时 $S_2=-2$，

当 $S_2=2$ 时，$S_8-S_2=0$，即从第 3 次开始的 6 次中，正面出现 5 次，反面出现 3 次，因此这种情况共有 C_6^3 种 ……8分

当 $S_2=-2$ 时，$S_8=2$，$S_8-S_2=4$，即从第 3 次开始的 6 次中，正面出现 5 次，反面出现 1 次，因此这种情况共有 C_6^5 种，而任意投掷一枚硬币，有两种可能，反复投 8 次，共有 2^8 种可能 .

故概率为 $\dfrac{C_6^5+C_6^3}{2^8}=\dfrac{13}{128}$ …………12分

22. 解：(1) ∵ ABB_1A_1 是菱形，$\angle A_1AB=60°$，且 M 为 A_1B_1 的中点，

∴ $BM\perp A_1B_1$， …………2分

又 $A_1B_1\parallel AB$，∴ $MB\perp AB$. 平面 $ABB_1A_1\perp$ 平面 ABC，

∴ $MB\perp$ 平面 ABC.

又 $AC\subset$ 平面 ABC，∴ $BM\perp AC$. ………… 6分

(2) 作 $CN\perp AB$ 于 N，由于△ABC 为正三角形，知 N 为 AB 为中点，又平面 $ABB_1A_1\perp$ 平面 ABC，∵ $CN\perp$ 平面 A_1ABB_1，作 $NE\perp MB$ 于 E 点，连 CE，由三垂线定理可知 $CE\perp BM$，

∴ $\angle NEC$ 为二面角 A_1-BM-C 的平面角 . ……… 9分

由题意可知 $CN=\sqrt{3}$，在 Rt△CNE 中，$\mathrm{tg}\angle NEC=\dfrac{\sqrt{3}}{NE}$，要 $\angle NEC$ 最小，只要 NE 取最大值 .

又∵△A_1B_1B 为正三角形，∴当 M 为 A_1B_1 中点时，$MB\perp$ 平面 ABC，即 E 与 B 重合 .

此时 NE 取最大值且最大值为 1，∴ $\mathrm{tg}\angle NEC\geq\sqrt{3}$.

∴ $\angle NEC$ 的最小值为 60°， …… 10分

此时 $V_{M-A_1CB}=V_{C-MA_1B}=\dfrac{1}{3}\times\dfrac{1}{2}\times1\times\sqrt{3}\times\sqrt{3}=\dfrac{1}{2}$. …… 14分